Listy Biometryczne
Vol. XXII 1985 No.1
Biometrical Letters

ANALIZA POTOMSTWA Z TABLICY DIALLELICZNEJ PORÓWNYWANEGO W UKŁADACH BLOKOWYCH*

BRONISŁAW CERANKA, HANNA KIEŁCZEWSKA

Zakład Metod Matematycznych i Statystycznych Akademii Rolniczej w Poznaniu (Zespół Doświadczalnictwa Rolniczego i Biometrii)

Praca wpłynęła 3 października 1984; w wersji ostatecznej 13 maja 1985

Ceranka B., Kiełczewska H., 1985. Analysis of offsprings of diallel table for experiments in block designs. Listy Biometryczne XXII, z.1, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu (Adam Mickiewicz University Press), pp. 12-23. PL ISSN 045-0036.

In this paper the results of an analysis of genotypes obtained in diallel crossing system, including sets of offsprings and reciprocals are given. This analysis is presented for the data obtained from a block experiment. The analysis of variance, the estimators of general and specific combining abilities, the estimators of reciprocal effects as well as test statistics for the hypotheses concerning those parameters are given.

1. WSTĘP

System krzyżowania diallelicznego jest interesujący dla hodowców ze względu na możliwość oceny i testowania efektów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej. W niniejszej pracy zajmiemy się analizą potomstwa z krzyżowania prostego i odwrotnego, otrzymanego w systemie krzyżowania diallelicznego. Jest to system typu III według klasyfikacji Griffinga (1956). Jeżeli więc przez p oznaczymy liczbę form rodzicielskich biorących udział w krzyżowaniu, to w systemie krzyżowania typu III bierze się pod uwagę p(p-1)/2 potomstw otrzymanych z krzyżowania prostego oraz p(p-1)/2 potomstw otrzymanych z krzyżowania odwrotnego. Tym samym zakła-

* Praca wykonana w ramach problemu węzłowego 09.1. koordynowanego przez Instytut Hodowli i Aklimatyzacji Roślin.

damy, że krzyżowanie było kompletne i liczba analizowanych mieszańców jest równa $v=p^2-p$. Uwzględnienie w analizie potomstwa otrzymanego z krzyżowania odwrotnego umożliwia ocenę efektu krzyżowania odwrotnego i testowanie hipotez związanych z tym efektem. O formach rodzicielskich zakładamy, że są dobrane celowo i wyłącznie o nich chcemy wnioskować. Formy rodzicielskie nie muszą być liniami wsobnymi.

Zanim omówimy analizę ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej musimy zweryfikować hipotezę ogólną o równości efektów potomstwa. Hipotezę taką testujemy w analizie wariancji. Analiza ta przeprowadzona jest na podstawie obserwacji uzyskanych z doświadczenia. W niniejszej pracy omówimy przypadek, w którym doświadczenie założone jest w dowolnym spójnym układzie blokowym z jednakową liczbą replikacji obiektów, a w szczególności w układzie zrównoważonym w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji.

2. ANALIZA WARIANCJI UKŁADU BLOKOWEGO

Liniowy model n obserwacji otrzymanych z doświadczenia założonego w układzie blokowym, w którym obiekty stanowią potomstwa otrzymane w wyniku krzyżowania diallelicznego ma postać

$$y = 1\mu + \Delta'\tau + D'\beta + \eta,$$

gdzie: y jest n-wymiarowym wektorem obserwacji, 1 jest wektorem jedynek, Δ' jest $n\times v$ wymiarową znaną macierzą układu dla obiektów, D' jest $n\times b$ wymiarową znaną macierzą układu dla bloków, μ jest parametrem wspólnym, τ jest v-wymiarowym wektorem parametrów obiektowych, β jest b-wymiarowym wektorem parametrów blokowych, η jest n-wymiarowym wektorem błędów losowych, o którym zakładamy, że ma wielowymiarowy rozkład normalny o wartości oczekiwanej $E(\eta) = 0$ i macierzy kowariancji $D^2(\eta) = \sigma^2 I$ (I jest macierzą jednostkową stopnia n). Ponieważ przeprowadzenie analizy wariancji konieczne jest tylko do testowania hipotezy ogólnej i estymacji σ^2, więc nie będziemy omawiać jej szczegółowo.

W celu testowania hipotezy ogólnej o równości parametrów obiektowych wystarczy obliczyć wartość funkcji testowej

$$F = \frac{s_T^2}{s_E^2}, \tag{2.1}$$

gdzie $s_T^2 = Q'A^-Q/(v-1)$ jest średnim kwadratem dla obiektów, a $s_E^2 = (y'y - B'k^{-\delta}B - Q'A^-Q)/(n-b-v+1)$ jest średnim kwadratem dla błędu. Wyjaśnimy teraz symbole występujące we wzorach s_T^2 i s_E^2: $Q = T - Nk^{-\delta}B$, gdzie: T jest v-wymiarowym wektorem sum obiektowych, B jest b-wymiarowym wektorem sum blokowych, N jest $v\times b$ wymiarową macierzą incydencji układu blokowego, $k^{-\delta} = \mathrm{diag}[1/k_1, 1/k_2, \ldots, 1/k_b]$, przy czym k_j, $j = 1,2,\ldots,b$, jest wielkością j-tego bloku, macierz A^- jest dowolną odwrotnością macierzy $A = rI - Nk^{-\delta}N'$, gdzie r jest liczbą replikacji obiektów.

Po odrzuceniu hipotezy ogólnej możemy dalej przeprowadzić analizę związaną z ogólną i specyficzną zdolnością kombinacyjną. Zarówno efekty zdolności kombinacyjnych jak i efekty krzyżowania odwrotnego są kontrastami, dlatego opiszemy testowanie hipotez związanych z kontrastami.

Hipotezę związaną ze zbiorem h niezależnych kontrastów parametrów obiektowych zapisujemy w postaci $H_o: C'\tau = 0$, gdzie C jest $v \times h$ wymiarową macierzą, której kolumny tworzą współczynniki kolejnych niezależnych h kontrastów, czyli $C = [c_1, c_2, \ldots, c_h]$, przy czym $C' 1 = 0$. Hipotezę powyższą weryfikujemy porównując wartość statystyki

$$F = \frac{s_K^2}{s_E^2} \tag{2.2}$$

z wartością krytyczną rozkładu F, odczytaną dla danego poziomu istotności α oraz h i $n-b-v+1$ stopni swobody, przy czym $s_K^2 = K/h$, gdzie

$$K = Q'A^-C(C'A^-C)^{-1}C'A^-Q. \tag{2.3}$$

W przypadku, gdy jesteśmy zainteresowani testowaniem hipotez szczegółowych dla pojedynczego kontrastu, czyli hipotezy $H_o: c'\tau = 0$, $(c' 1 = 0)$, wtedy funkcja testowa ma postać

$$F = \frac{(c'\hat{\tau})^2}{\widehat{Var}(c'\hat{\tau})}, \tag{2.4}$$

gdzie symbol $\hat{\theta}$ użyty jest dla oznaczenia estymatora nieznanego parametru θ, a $\widehat{Var}(c'\hat{\tau}) = s_E^2 c'A^-c$. Wartość funkcji (2.4) należy porównać z wartością krytyczną rozkładu F, odczytaną dla danego poziomu istotności α oraz dla 1 i $n-b-v+1$ stopni swobody.

Zajmiemy się teraz przypadkiem testowania hipotezy ogólnej i hipotez szczegółowych dla doświadczenia założonego w układzie blokowym zrównoważonym w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji. Układem blokowym zrównoważonym w sensie efektywności nazywamy układ blokowy, w którym wszystkie kontrasty parametrów obiektowych estymowane są z jednakowym współczynnikiem efektywności równym ε. W przypadku rozważanego tutaj układu zrównoważonego z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji, $\varepsilon = (n-b)/r(v-1)$. Macierz A dla tego układu ma postać $A = \varepsilon r[I - 11'/v]$. Jako uogólnioną odwrotność macierzy A bierzemy tutaj $A^- = (1/\varepsilon r)I$. Wtedy średni kwadrat dla obiektów i średni kwadrat dla błędu ze wzoru (2.1) przyjmują odpowiednio postacie $S_T^2 = Q'Q/\varepsilon r(v-1)$ i $s_E^2 = (y'y - B'k^{-\delta}B - Q'Q/\varepsilon r)/(n-b-v+1)$. Podobnie dla rozważanego układu zrównoważonego wzór (2.3) upraszcza się do postaci

$$K = Q'C(C'C)^{-1}C'Q/\varepsilon r, \tag{2.5}$$

natomiast występującą we wzorze (2.4) $\widehat{Var}(c'\hat{\tau}) = c'c\, s_E^2/\varepsilon r$.

Przedstawiona tutaj skrótowo analiza wariancji jest opisana szczegółowo w wielu pracach, między innymi w monografii Pearce'a (1983).

3. ANALIZA EFEKTU KRZYŻOWANIA ODWROTNEGO ORAZ OGÓLNEJ I SPECYFICZNEJ ZDOLNOŚCI KOMBINACYJNEJ

3.1. DEFINICJE EFEKTU KRZYŻOWANIA ODWROTNEGO ORAZ ZDOLNOŚCI KOMBINACYJNYCH

Do analizy rozpatrywanego w pracy systemu krzyżowania diallelicznego bierze się pod uwagę potomstwo otrzymane z krzyżowania prostego i odwrotnego. Oznaczmy składowe wektora τ przez τ_{ij}, gdzie τ_{ij}, $i \neq j = 1,2,\ldots,p$, jest efektem mieszańca otrzymanego ze skrzyżowania i-tej oraz j-tej formy rodzicielskiej. Składowe τ_{ij} $v=(p^2-p)$ -wymiarowego wektora parametrów obiektowych τ można zapisać w postaci tablicy

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{14} & \ldots & \tau_{1,p-1} & \tau_{1p} \\
\tau_{21} & & \tau_{23} & \tau_{24} & \ldots & \tau_{2,p-1} & \tau_{2p} \\
\tau_{31} & \tau_{32} & & \tau_{34} & \ldots & \tau_{3,p-1} & \tau_{3p} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\tau_{p1} & \tau_{p2} & \tau_{p3} & \tau_{p4} & \ldots & \tau_{p,p-1} &
\end{array}$$

Efekt ogólnej zdolności kombinacyjnej (g.c.a.) l-tej formy rodzicielskiej definiujemy jako kontrast postaci

$$g_l = c_l'\tau, \qquad l = 1, 2, \ldots, p,$$

gdzie przy powyższym uporządkowaniu składowych τ_{ij} wektora τ, wektor c_l o składowych $c_{l_{ij}}$, wyznaczający kontrast tworzymy następująco:

$$c_{l_{ij}} = \begin{cases} \dfrac{1}{2p} & \text{gdy } i=l \text{ lub } j=l \\ \dfrac{-1}{p(p-2)} & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \tag{3.1}$$

Efekt specyficznej zdolności kombinacyjnej (s.c.a.) krzyżówki pochodzącej ze skrzyżowania k-tej oraz l-tej formy rodzicielskiej definiujemy jako kontrast postaci

$$s_{kl} = c_{kl}'\tau, \qquad k \neq l = 1,2,\ldots,p,$$

gdzie przy powyższym uporządkowaniu składowych τ_{ij} wektora τ, wektor c_{kl} o składowych $c_{kl_{ij}}$, wyznaczający kontrast, tworzymy następująco:

$$c_{kl_{ij}} = \begin{cases} \frac{p-3}{2(p-1)} & \text{gdy } i=k \text{ oraz } j=l \text{ lub } i=l \text{ oraz } j=k \\ -\frac{p-3}{2(p-1)(p-2)} & \text{gdy } i=k \text{ lub } i=l \text{ lub } j=k \text{ lub } j=l \\ \frac{1}{(p-1)(p-2)} & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \tag{3.2}$$

Efekt krzyżowania odwrotnego krzyżówki pochodzącej ze skrzyżowania k-tej oraz l-tej formy rodzicielskiej definiujemy jako kontrast postaci

$$w_{kl} = d'_{kl}\tau, \qquad k < l = 1,2,\ldots,p$$

gdzie przy podanym uporządkowaniu składowych τ_{ij} wektora τ, wektor d_{kl} o składowych $d_{kl_{ij}}$, wyznaczający kontrast, tworzymy następująco:

$$d_{kl_{ij}} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{gdy } i=k \text{ oraz } j=l \\ -\frac{1}{2} & \text{gdy } i=l \text{ oraz } j=k \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \tag{3.3}$$

W przypadku gdy $k > l$, $w_{kl} = -w_{lk}$.

Podane tutaj definicje efektu ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej oraz efektu krzyżowania odwrotnego w formie kontrastów są równoważne definicjom podanym przez Griffinga (1956).

3.2. ESTYMACJA

Estymatory efektu krzyżowania odwrotnego oraz ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej podamy oddzielnie dla przypadku, gdy doświadczenie zostało założone w dowolnym układzie blokowym z jednakową liczbą replikacji obiektów oraz dla rozpatrywanego w tej pracy układu zrównoważonego w sensie efektywności.

Dla dowolnego układu blokowego oceny te obliczamy ze wzorów

$$\hat{g}_l = c'_l\hat{\tau} = c'_l A^- Q,$$

$$\hat{s}_{kl} = c'_{kl}\hat{\tau} = c'_{kl} A^- Q,$$

$$\hat{w}_{kl} = d'_{kl}\hat{\tau} = d'_{kl} A^- Q,$$

gdzie składowe wektorów c_l, c_{kl} oraz d_{kl} zostały określone odpowiednio wzorami (3.1), (3.2) oraz (3.3).

Dla układu zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji, oceny efektu krzyżowania odwrotnego oraz ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej można uzyskać ze wzorów prostszych, postaci

$$\hat{g}_l = c_l'\hat{\tau} = c_l'Q/\varepsilon r,$$

$$\hat{s}_{kl} = c_{kl}'\hat{\tau} = c_{kl}'Q/\varepsilon r,$$

$$\hat{w}_{kl} = d_{kl}'\hat{\tau} = d_{kl}'Q/\varepsilon r.$$

Jak już stwierdziliśmy, oceny efektu krzyżowania odwrotnego oraz efektów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej można uzyskać korzystając bezpośrednio z podanych wyżej wzorów. Czasami wygodnie jest jednak postąpić inaczej. Wiadomo, że najlepszym nieobciążonym estymatorem liniowym dowolnego kontrastu $c'\tau$ jest $c'\tau^o$, gdzie τ^o jest dowolnym rozwiązaniem równania $A\tau^o = Q$, czyli $\tau^o = A^-Q$. Można więc najpierw znaleźć τ^o, a następnie dopiero obliczyć oceny efektu krzyżowania odwrotnego oraz efektów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej, korzystając z ich definicji. Za τ^o można również przyjąć wektor tak zwanych średnich poprawionych dla obiektów.

3.3. TESTOWANIE HIPOTEZ

Przy analizie tablicy diallelicznej bez rodziców, po odrzuceniu hipotezy ogólnej o równości porównywanych obiektów (potomstwa), badacz zainteresowany jest testowaniem hipotez związanych z efektem krzyżowania odwrotnego oraz efektami ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej, a mianowicie hipotez postaci:

1) $H_o : g_1 = g_2 = \dots = g_p$,
2) $H_o : s_{12} = s_{13} = \dots = s_{p-1,p}$,
3) $H_o : w_{12} = w_{13} = \dots = w_{p-1,p}$,
4) $H_o : g_l = 0$
5) $H_o : g_l - g_{l'} = 0, \quad l \neq l'$
6) $H_o : s_{kl} = 0, \quad k \neq l$
7) $H_o : s_{kl} - s_{kl'} = 0, \quad l \neq l'$
8) $H_o : s_{kl} - s_{k'l'} = 0, \quad k \neq k', \quad l \neq l'$
9) $H_o : w_{kl} = 0,$

gdzie k, l, k', l' = 1,2,...p. Hipotezy 5, 7 i 8 służą do porównań efektów g.c.a. interesujących form rodzicielskich lub efektów s.c.a. interesujących krzyżówek.

Sposób testowania podanych hipotez omówimy najpierw w przypadku dowolnego układu blokowego, a następnie podamy uproszczone wzory dla układu blokowego zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji.

3.3.1. T e s t o w a n i e h i p o t e z w u k ł a d z i e b l o k o w y m. W celu testowania hipotezy o równości efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej (hipoteza 1) należy utworzyć macierz C, występującą we wzorze (2.3). Kolumny macierzy C utworzone są ze współczynników kontrastów opisujących efekty ogólnej zdolności kombinacyjnej. Ponieważ wektory c_l, $l=1,2,\ldots,p$, ze wzoru (3.1) są liniowo zależne, więc do utworzenia macierzy C proponujemy wybrać p-1 dowolnych wektorów c_l, dotyczących ogólnej zdolności kombinacyjnej. Hipotezę 1 testujemy korzystając z tak utworzonej macierzy C ze wzorów (2.3) i (2.2), przyjmując $h=p-1$.

W celu testowania hipotezy 2 o równości efektów specyficznej zdolności kombinacyjnej należy obliczyć sumę kwadratów dla tej hipotezy, zgodnie ze wzorem (2.3). We wzorze tym występuje macierz C, której kolumny utworzone są ze współczynników liniowo niezależnych kontrastów opisujących efekty specyficznej zdolności kombinacyjnej. Ponieważ wektory c_{kl}, $k \neq l=1,2,\ldots,p$, ze wzoru (3.2) są liniowo zależne, więc do utworzenia macierzy C proponujemy wybrać $p(p-3)/2$ wektorów c_{kl} dotyczących specyficznej zdolności kombinacyjnej w następujący sposób. Spośród wszystkich wektorów c_{kl} wybieramy te, dla których $k<l$, $k \neq p-2$ i $l \neq p$. Hipotezę 2 testujemy korzystając z tak utworzonej macierzy C i ze wzorów (2.3) i (2.2), przyjmując $h=p(p-3)/2$.

Podobnie, w celu testowania hipotezy 3 o równości $p(p-1)/2$ krzyżowania odwrotnego należy obliczyć sumę kwadratów dla tej hipotezy zgodnie ze wzorem (2.3). We wzorze tym występuje macierz C, której kolumny utworzone są ze współczynników liniowo niezależnych kontrastów opisujących efekty krzyżowania odwrotnego. Ponieważ wektory d_{kl}, $k < l = 1,2,\ldots,p$, ze wzoru (3.3) są liniowo niezależne, więc do utworzenia macierzy C bierzemy wszystkie wektory d_{kl} opisujące efekty krzyżowania odwrotnego. Hipotezę 3 testujemy korzystając z tak utworzonej macierzy C i ze wzorów (2.3) i (2.2), przyjmując $h=p(p-1)/2$.

Sposób wyboru liniowo niezależnych wektorów tworzących kolumny macierzy C, przy testowaniu hipotez 1,2 i 3, jest taki sam, jak podano w pracy Ceranki i Kiełczewskiej (1984).

Dla testowania hipotez 4-9 należy skorzystać z ogólnej postaci funkcji testowej, podanej wzorem (2.4).

3.3.2. T e s t o w a n i e h i p o t e z w u k ł a d z i e z r ó w n o w a ż o n y m. Przy testowaniu hipotez 1, 2 i 3 należy obliczyć odpowiednie dla tych hipotez sumy kwadratów, podane wzorem (2.5), uwzględniając stosowną postać macierzy C. Dla przypadku układu zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji, sumy kwadratów można przedstawić bezpośrednio wzorem. Sumy te oznaczymy odpowiednio przez SS_g, SS_s, SS_w.

Przy testowaniu hipotezy 1 o równości efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej p form rodzicielskich korzystamy ze wzoru (2.2), przyjmując $h=p-1$, oraz

$$s_K^2 = \frac{SS_g}{p-1},$$

gdzie

$$SS_g = \frac{2(p-2)(n-b)}{v-1}\,\hat{g}'\hat{g},$$

przy czym $\hat{g} = [\hat{g}_1, \hat{g}_2, \ldots, \hat{g}_p]'$.

Przy testowaniu hipotezy 2 o równości efektów specyficznej zdolności kombinacyjnej potomstw należy skorzystać ze wzoru (2.2), przyjmując $h=p(p-3)/2$, oraz

$$s_K^2 = \frac{2SS_s}{p(p-3)},$$

gdzie

$$SS_s = \frac{n-b}{v-1}\,\hat{s}'\hat{s},$$

przy czym $\hat{s} = [\hat{s}_{12}, \hat{s}_{13}, \ldots, \hat{s}_{p-1,p}]'$ jest wektorem o $p(p-1)$ składowych $\hat{s}_{kl}$, $k \neq l = 1,2,\ldots,p$, będących ocenami efektów specyficznej zdolności kombinacyjnej potomstw.

Przy testowaniu hipotezy 3 o równości $p(p-1)/2$ efektów krzyżowania odwrotnego należy skorzystać ze wzoru (2.2), przyjmując $h=p(p-1)/2$, oraz

$$s_K^2 = \frac{2SS_w}{p(p-1)},$$

gdzie

$$SS_w = \frac{2(n-b)}{v-1}\,\hat{w}'\hat{w},$$

przy czym $\hat{w} = [\hat{w}_{12}, \hat{w}_{13}, \ldots, \hat{w}_{p-1,p}]'$ jest wektorem o $p(p-1)/2$ składowych $\hat{w}_{kl}$, $k < l = 1,2,\ldots,p$, będących ocenami efektów krzyżowania odwrotnego.

Przy testowaniu hipotez szczegółowych 4-9 korzystamy zawsze z funkcji testowej podanej wzorem (2.4), która dla kolejnych hipotez w omawianym układzie blokowym przyjmuje postać:

- dla hipotezy 4

$$F = \frac{2p(p-2)(n-b)\hat{g}_1^2}{(p-1)(v-1)s_E^2},$$

- dla hipotezy 5

$$F = \frac{(p-2)(n-b)(\hat{g}_1 - \hat{g}_{1'})^2}{(v-1)s_E^2},$$

- dla hipotezy 6

$$F = \frac{2(p-1)(n-b)\hat{s}_{kl}^2}{(p-3)(v-1)s_E^2},$$

- dla hipotezy 7

$$F = \frac{(p-2)(n-b)(\hat{s}_{kl} - \hat{s}_{kl'})^2}{(p-3)(v-1)s_E^2},$$

- dla hipotezy 8

$$F = \frac{(p-2)(n-b)(\hat{s}_{kl} - \hat{s}_{k'l'})^2}{(p-4)(v-1)s_E^2},$$

- dla hipotezy 9

$$F = \frac{2(n-b)\hat{w}_{kl}^2}{(v-1)s_E^2}.$$

Z powyższych wzorów służących do testowania hipotez szczegółowych 1-9, podanych dla układu blokowego zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji, możemy również korzystać w przypadku, gdy doświadczenie założone jest w układzie zrównoważonym o blokach niekompletnych lub w układzie bloków kompletnych.

4. PRZYKŁAD

Ponieważ analiza wariancji wyników doświadczenia założonego w dowolnym układzie blokowym jest znana, zatem w przykładzie skupimy naszą uwagę na sposobie tworzenia macierzy C, występującej przy testowaniu hipotez 1, 2 i 3.

Załóżmy, że krzyżuje się $p=5$ linii. W wyniku tego krzyżowania otrzymujemy $v=20$ genotypów, które będą obiektami w doświadczeniu założonym w dowolnym układzie blokowym. Umożliwi to testowanie hipotez związanych z efektami krzyżowania odwrotnego oraz z ogólną i specyficzną zdolnością kombinacyjną. Hipotezy te sformułowane są w paragrafie 3.3.Testowanie hipotez 1,2 i 3, mówiących o równości efektów krzyżowania odwrotnego oraz o równości efektów ogólnej i o równości efektów specyficznej zdolności kombinacyjnej, wymaga jednak utworzenia dla każdego z tych przypadków odpowiedniej macierzy C, występującej w sumie kwadratów (2.5). Opiszemy szczegółowo sposób tworzenia tej macierzy dla trzech wymienionych hipotez.

Do testowania hipotezy 1 musimy utworzyć macierz C, opisującą niezależne kontrasty dotyczące efektów g.c.a. Z 3.3.1 wynika, że w omawianym tutaj przypadku ($p=5$) kolumny macierzy C będą tworzyły współczynniki dowolnych czterech wektorów spośród c_1, c_2, c_3, c_4 i c_5, zdefiniowanych w (3.1). Jeżeli weźmiemy przykładowo cztery pierwsze, to macierz C jest postaci

$$C' = \frac{1}{30}\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 \\ 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & 3 & 3 & 3 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & 3 & 3 & 3 & 3 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 \\ -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 & -2 & 3 & 3 & 3 & 3 & -2 & -2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Do testowania hipotezy 2 musimy utworzyć macierz C, opisującą niezależne kontrasty dotyczące efektów s.c.a. Z 3.3.1 wynika, że w omawianym przypadku kolumny macierzy C będą tworzyć współczynnik wektorów c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{23} i c_{24} spośród dwudziestu możliwych wektorów, zdefiniowanych w (3.2). Stąd macierz C jest postaci

$$C' = \frac{1}{12}\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 3 & -1 & -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 3 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 3 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Do testowania hipotezy 3 musimy utworzyć macierz C, opisującą niezależne kontrasty dotyczące efektów krzyżowania odwrotnego. Z .3.3.1 wynika, że w omawianym przypadku kolumny macierzy C będą tworzyć współczynnik wektorów d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{15}, d_{23}, d_{24}, d_{25}, d_{34}, d_{35} i d_{45}, zdefiniowanych w (3.3). Stąd macierz C jest postaci

$$C' = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Na końcu zauważmy, że podane w postaci kontrastów definicje efektu krzyżowania odwrotnego, ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej są równoważne definicjom podanym przez Griffinga (1956).

LITERATURA

Griffing B. (1956). Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. Australian Journal of Biological Sciences, 9, 463-492.

Ceranka B., Kiełczewska H. (1984). Analiza potomstwa z trójkątnej tablicy diallelicznej porównywanego w układach blokowych. Listy Biometryczne, 21, 57-67.

Pearce S.C. (1983). The agricultural field experiment. John Wiley and Sons, New York.